

Filtro de restauración de imágenes basado en la transformada discreta del coseno y el análisis de componentes principales

Alejandro I. Callejas Ramos, Edgardo M. Felipe-Riverón,
Pablo Manrique Ramírez, Oleksiy Pogrebnyak

Instituto Politécnico Nacional, Centro de Investigación en Computación, Ciudad de México,
México

¹ivan_grin22@hotmail.com, ²edgardo@cic.ipn.mx, ³pmanriq@cic.ipn.mx,
⁴olek@cic.ipn.mx

Resumen. En este trabajo se propone un algoritmo de filtrado de imágenes contaminadas por el ruido aditivo Gaussiano. Los conjuntos de bloques a procesar se determinan por medio del algoritmo propuesto para la búsqueda de la similitud de complejidad reducida en el dominio de la transformada del coseno. Para tratar imágenes con ruido de varianza pequeña, se propone usar la etapa adicional del filtrado con base en el análisis de componentes principales, para una mejor preservación de los detalles de la imagen, y en el caso de tener ruido de alta intensidad, se realiza el filtrado de Wiener utilizando la estimación de la imagen resultante de la primera etapa. Los resultados obtenidos se comparan con los filtros del estado del arte en términos de la relación pico de señal/ruido e índice de similitud estructural.

Palabras clave: Restauración de imágenes, análisis de las componentes principales, transformada discreta del coseno, búsqueda rápida de bloques similares.

Filter for Image Restoration Based on Discrete Cosine Transform and Principal Component Analysis

Abstract. An algorithm for restoration of the images contaminated by additive white Gaussian noise is proposed. The groups of patches are found by the proposed block similarity search algorithm of reduced complexity performed on block patches in transform domain. When the noise variance is small, the proposed filter uses an additional stage based on principal component analysis; otherwise the experimental Wiener filtering is performed. The obtained filtering results are compared to the state of the art filters in terms of peak signal-to-noise ratio and structure similarity index.

Keywords: Image restoration, principal component analysis, block matching.

1. Introducción

El ruido es uno de los principales factores que afecta la calidad de las imágenes [1,2] y con frecuencia es el ruido aditivo Gaussiano (AWGN). Actualmente se conocen varios métodos de supresión de ruido en imágenes digitales [2-8], pero las investigaciones continúan para diseñar nuevas técnicas más eficientes. La razón es que los resultados en la supresión de ruido todavía no son completamente aceptables para el análisis posterior de las imágenes.

Las técnicas modernas del estado de arte para la supresión del ruido se pueden dividir en dos grupos: 1) filtros no locales [2] basados en la búsqueda de bloques similares y su procesamiento conjunto, tales como BM3D [3] y SA-DCT [4] y 2) aquellos basados en agrupamiento de las imágenes, kernels de regresión, descomposición en valores singulares o análisis de componentes principales para el aprendizaje de diccionarios y representación dispersa de imágenes [5-8].

En la familia de los filtros no locales se destaca el filtro BM3D [3] que demostró ser más eficiente para procesar la mayoría de las imágenes en escala de grises [5, 9] y las componentes de las imágenes en color [10] contaminadas por el ruido AWGN. Por otra parte, los filtros basados en la representación escasa muestran buenos resultados y en algunos casos son superiores a BM3D [7], pero este tipo de filtros tiene muy alta complejidad computacional causada por etapas de agrupamiento, aprendizaje de diccionarios, cálculos de diferentes rasgos locales y una búsqueda recurrida para la representación más dispersa.

Otro aspecto es la evaluación de la eficiencia en la supresión del ruido. Con frecuencia, se usa el error mínimo cuadrático en la forma de la relación pico de la señal al ruido (PSNR) para estimar la calidad de las imágenes filtradas. Desafortunadamente, con este criterio no siempre se obtienen buenos resultados en el sentido de la calidad visual de las imágenes, que sean más apropiados para su posterior análisis y reconocimiento [12]. Por otra parte, existen unos criterios de calidad de las imágenes relativamente nuevos, basados en las propiedades del sistema de visión humano (PSNR-HVSM) [13], en el índice de similitud de rasgos (FSIM) [14], en el índice de similitud estructural (SSIM) [15] o en el índice de similitud estructural multiescala (MSSIM) [16].

En este artículo tratamos de unir las ventajas de ambos grupos de filtros mencionados. La técnica de filtrado desarrollada utiliza la transformada discreta del coseno (DCT); se propone el algoritmo de búsqueda de bloques similares de imagen en el dominio de la transformada con complejidad computacional reducida; la transformada de Hadamard para el umbralización dura de grupos de bloques [11] en la primera etapa, y la transformada de Karhunen-Löve (KLT) con umbralización dura o filtrado de Wiener en la etapa final, dependiendo del nivel de ruido.

2. Filtrado de Wiener y umbralado en el dominio DCT

El modelo de observación para la señal de entrada es (Ec. 1):

$$u(x, y) = s(x, y) + n(x, y), \quad (1)$$

donde $u(x, y)$ es un pixel de la imagen de entrada ruidosa, x, y son sus coordenadas, $s(x, y)$ denota la imagen sin ruido, y $n(x, y)$ es el ruido aditivo blanco Gaussiano. El problema es encontrar una estimación $\hat{s}(x, y)$ de la imagen sin ruido tal, que minimice el error cuadrático promedio (MSE, *Mean Square Error*). El filtro óptimo lineal que minimiza el MSE es el filtro de Wiener, que en el dominio espectral puede ser formulado como [9] (Ec. 2):

$$H_W(\omega_x, \omega_y) = \frac{P_s(\omega_x, \omega_y)}{P_s(\omega_x, \omega_y) + P_n(\omega_x, \omega_y)}, \quad (2)$$

donde $P_s(\omega_x, \omega_y), P_n(\omega_x, \omega_y)$ son las densidades espectrales de potencia de la señal y del ruido, respectivamente. En la práctica, los espectros de potencia exactos $P_s(\omega_x, \omega_y), P_n(\omega_x, \omega_y)$ no están disponibles, por lo que se sustituyen por sus estimaciones. Con ello, el filtro de Wiener estimado (en el caso de AWGN) es (Ec. 3):

$$\hat{H}_W(\omega_x, \omega_y) = \frac{\hat{P}_s(\omega_x, \omega_y)}{\hat{P}_s(\omega_x, \omega_y) + \sigma^2} = \frac{P_u(\omega_x, \omega_y)}{P_u(\omega_x, \omega_y) + \sigma^2}. \quad (3)$$

Como referencia, tomamos el punto de banda de paso del filtro de ganancia de -3dB donde $\hat{H}_W^{-3dB}(\omega_x, \omega_y) = 1/\sqrt{2}$. En este punto, el espectro de la señal pura debe estar en función de la varianza del ruido σ^2 (Ec. 4):

$$\hat{P}_s^{-3dB}(\omega_x, \omega_y) = \frac{1}{\sqrt{2}-1} \sigma^2 \approx 2.414 \sigma^2. \quad (4)$$

Por otra parte, según el modelo de observación (Ec. 1), la densidad espectral de potencia de la señal ruidosa se puede expresar en función del punto de -3dB de ganancia del filtro de Wiener como (Ec. 5):

$$P_u(\omega_x, \omega_y) = \tilde{P}_s^{-3dB}(\omega_x, \omega_y) + 2\sigma \sqrt{\hat{P}_s^{-3dB}(\omega_x, \omega_y)} + \sigma^2, \quad (5)$$

donde $\tilde{P}_s^{-3dB}(\omega_x, \omega_y)$ denota la estimación de la densidad de potencia de la señal verdadera en el punto de -3dB que se puede derivar del periodograma $P_u(\omega_x, \omega_y)$. Usando $\hat{P}_s^{-3dB}(\omega_x, \omega_y)$ de la ecuación (4) en ecuación (5), se puede derivar la estimación de $\tilde{P}_s^{-3dB}(\omega_x, \omega_y)$ en términos de $P_u(\omega_x, \omega_y)$ (Ec. 6):

$$\tilde{P}_s^{-3dB}(\omega_x, \omega_y) = P_u(\omega_x, \omega_y) - 2\sigma^2 \left(\sqrt{1/(\sqrt{2}-1)} + 1 \right). \quad (6)$$

De las ecuaciones (4) y (6) es posible encontrar las condiciones para el corte de la respuesta en frecuencia del filtro de Wiener al nivel de -3dB en términos de la varianza del ruido (Ec. 7):

$$P_u(\omega_x, \omega_y) = \sigma^2 \frac{2 \left(\sqrt{1/(\sqrt{2}-1)} + 1 \right) (\sqrt{2}-1) + 1}{\sqrt{2}-1} \approx 6.5217615 \cdot \sigma^2. \quad (7)$$

Con ello, el filtro debe suprimir los coeficientes espectrales menores por su valor absoluto que $\sqrt{6.5217615} = 2.55377397$; la respuesta en frecuencia del filtro propuesto de umbralado es entonces (Ec. 8):

$$H_T(\omega_x, \omega_y) = \begin{cases} 1, & \text{si } |U(\omega_x, \omega_y)| \geq 2.55377397 \cdot \sigma \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}, \quad (8)$$

donde $U(\omega_x, \omega_y)$ es el espectro de voltaje de la imagen observada $u(x, y)$, con valor $U(\omega_x, \omega_y) = F\{u(x, y)\}$, $F\{\cdot\}$ denota la transformada de Fourier. El filtro de Wiener de umbralización dura (8) es un filtro adaptativo que puede adaptar sus características a las propiedades del espectro local. En este trabajo, se propone realizar el procesamiento en el dominio espectral utilizando DCT en lugar de la transformada de Fourier, dentro de los bloques de imagen solapados. La transformación se realiza mediante la multiplicación por la matriz (Ec. 9):

$$\mathbf{U}^{(m)} = \mathbf{T}_{DCT}^{(m)} \mathbf{u}^{(m)} \left(\mathbf{T}_{DCT}^{(m)} \right)^T, \quad (9)$$

donde $\mathbf{u}^{(m)}$ es el bloque de la imagen de entrada de tamaño $m \times m$; se elige $m = 8$ para propósitos de comparación con otros filtros. El bloque de la imagen filtrada se puede obtener tomando la transformada inversa: $\mathbf{u}^{(m)} = \left(\mathbf{T}_{DCT}^{(m)} \right)^T \left(H_T(\mathbf{U}^{(m)}) \right) \mathbf{T}_{DCT}^{(m)}$.

3. Técnica de filtrado propuesta

En este trabajo presentamos una técnica avanzada de filtrado basada en la estrategia de filtrado BM3D [11] que supone la búsqueda de bloques similares en las cercanías del bloque actual de la imagen, formando listas de parches con los coeficientes DCT, su procesamiento mediante la transformada de Hadamard, umbralización dura y el agregado de los parches procesados para formar la imagen filtrada. La técnica propuesta comienza con la etapa de preprocesamiento para formar los parches DCT para cada píxel de la imagen en el rango de $(M - m) \times (N - m)$ píxeles, donde $M \times N$ es el tamaño de la imagen donde se realiza la búsqueda de los bloques de imagen similares con los datos transformados. Después del preprocesamiento y el primer paso de filtrado, se realiza el filtrado final con la imagen pre-filtrada; para ruido de varianza pequeña se usa el filtrado con KLT; en el caso contrario alto, se utiliza el filtrado de Wiener de acuerdo con (3).

3.1. Algoritmo de búsqueda de bloques similares

El algoritmo propuesto realiza la búsqueda de bloques similares dentro de un rango especificado de entre los parches de bloques transformados por la DCT (9). Es una variante de la búsqueda jerárquica que calcula las distancias desde el valor medio del bloque corriente i, j -ésimo de la imagen y los valores medios de los parches de bloques

dentro del rango especificado; estos valores corresponden a la componente de corriente directa (DC) con $\omega_x = \omega_y = 0$ del espectro (Ec. 10):

$$\mathbf{d}^1(i, j) = \left\{ \left(U_{1,1}(i, j) - U_{1,1}(i \pm shift, j \pm shift) \right)^2 \right\}, \quad (10)$$

donde el parámetro *shift* define el rango de la zona de búsqueda. Luego, se ordenan según las distancias, y la mitad de los bloques encontrados se consideran para la búsqueda más precisa usando los coeficientes DCT de los bloques encontrados en el paso siguiente (Ec. 11):

$$\mathbf{d}^2(i, j) = \left\{ \left(U_{p,q}(i, j) - d_k^1(i, j, U_{p,q}^{\mathbf{d}^1(i,j)}) \right)^2 \mid p, q \in \overline{1,5}; k \in \overline{1, (shift+1)^2/2} \right\}, \quad (11)$$

donde $d_k^1(\cdot)$ denota el parche k -ésimo de los coeficientes DCT encontrado en el primer paso. Nótese que p, q varían de 1 a 5, excluyendo en este paso la componente DC, $U_{1,1}$. La complejidad computacional de la técnica de búsqueda propuesta es considerablemente menor que en el caso del cálculo de todas las distancias entre los píxeles del bloque actual $\mathbf{u}^{(m)}$ y los píxeles de todos bloques dentro del rango:

$$\mathbf{d}(i, j) = \left\{ \left(u(i, j) - u(i+k, j+k) \right)^2 \mid i, j \in \overline{1, m}; k \in \overline{1, (shift+1)^2/2} \right\}.$$

En la etapa final de la búsqueda de bloques, se forma y se guarda la lista de las coordenadas de los parches, $\mathbf{I}_U(i, j) = \{ l_1(i, j) \cdot l_{b_{\max}}(i, j) \}$, donde $l_1(i, j) \cdot l_{b_{\max}}(i, j)$, b_{\max} es el número máximo de parches similares, y el vector con las distancias correspondientes, para su uso en el proceso de filtrado final.

3.2. Filtrado de los parches de DCT usando la transformada de Hadamard

En la segunda etapa, se lleva a cabo un filtrado preliminar para formar la estimación de la imagen para su uso en la tercera etapa. Antes de este filtrado, la estimación del espectro \hat{P}_s del actual i, j -ésimo bloque de imagen se calcula usando la lista de parches $\mathbf{I}_U(i, j)$ (Ec. 12):

$$\hat{P}_s(i, j) = \sum_{k=1}^{b_{\max}/2} U_k(l_k(i, j)) \cdot w_k^P(i, j), \quad (12)$$

donde $w_k^P(i, j)$ es un coeficiente de ponderación normalizado calculado a partir de las distancias entre los parches (Ec. 13):

$$w_k^P(i, j) = \frac{\exp\{-d_k(i, j)/200\}}{\|\mathbf{w}^P(i, j)\|}, \quad (13)$$

donde $\|\mathbf{w}^P(i, j)\|$ denota la suma de los coeficientes no normalizados. Con la estimación \hat{P}_s , la respuesta en frecuencia del filtro Wiener provisional en la posición del i, j -ésimo bloque $\hat{H}_{i,j}(\omega_x, \omega_y)$ se forma en concordancia con (3). Después, la transformada de Hadamard en tercera dimensión se aplica al grupo de parches $\mathbf{U}(i, j) = \{\mathbf{U}_k(l_k(i, j)), k = \overline{1, b_{\max}}\}$, $\mathbf{U}_{Hadamard} = Hadamard\{\mathbf{U}(i, j)\}$. Se propone aplicar a $\mathbf{U}_{Hadamard}$ el siguiente umbralado duro (Ec.14):

$$\tilde{\mathbf{U}}_{Hadamard} = \begin{cases} \mathbf{U}_{Hadamard}(\omega_x, \omega_y) & \text{si } \omega_x = \omega_y = 0 \\ \mathbf{U}_{Hadamard}(\omega_x, \omega_y) & \text{si } |\mathbf{U}_{Hadamard}(\omega_x, \omega_y)| \geq T(\omega_x, \omega_y), \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (14)$$

donde los umbrales se forman usando $\hat{H}_{i,j}(\omega_x, \omega_y)$ como se ve en la ecuación (15).

$$T(\omega_x, \omega_y) = \begin{cases} \beta_{\min} \cdot \sigma & \text{si } \hat{H}_{i,j}(\omega_x, \omega_y) > 0.87 \\ \beta_{\max} \cdot \sigma & \text{si } \hat{H}_{i,j}(\omega_x, \omega_y) < 0.3 \\ \beta \cdot \sigma & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (15)$$

y $\beta_{\min} = 1$, $\beta_{\max} = 2.9$; $\beta = 2.55377397$ de la ecuación (8).

Al realizar el umbralado y la transformada inversa de Hadamard, $\tilde{\mathbf{U}}(i, j) = Hadamard^{-1}\{\tilde{\mathbf{U}}_{Hadamard}\}$, se realiza el agrupamiento de todos los parches del grupo $\mathbf{I}(i, j)$. El agregado promediado se calcula, como

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{s}}_{\Sigma}(\mathbf{I}(i, j)) &= \sum_{k=1}^{b_{\max}} (\hat{\mathbf{U}}_k(l_k(i, j))) \cdot w_k^A(i, j), \quad R_{\Sigma}(\mathbf{I}(i, j)) = \sum_{k=1}^{b_{\max}} w_k^A(i, j), \\ w_k^A(i, j) &= \exp\{-d_k(i, j)/500\}, \\ (\tilde{\mathbf{s}})_{*} &= \frac{(\hat{\mathbf{s}}_{\Sigma})_{*}}{(R_{\Sigma})_{*}} \end{aligned} \quad (16)$$

donde $\hat{\mathbf{s}}_{\Sigma}(\mathbf{I}(i, j))$ es la suma de los bloques definidos por la lista $\mathbf{I}(i, j)$, $R_{\Sigma}(\mathbf{I}(i, j))$ es la suma de los coeficientes de ponderación $w_k^A(i, j)$, $\tilde{\mathbf{s}}$ es la estimación de la imagen que resulta de la etapa de prefiltrado y $(\)_{*}$ indica las operaciones para cada elemento.

3.3. Filtrado final usando minimización de representación escasa

En la tercera etapa, si la varianza del ruido es mayor o igual que 100, $\sigma^2 \geq 100$, se aplica el filtro de Wiener empírico a los grupos de bloques encontrados en la primera etapa, $\mathbf{I}(i, j)$ (Ec. 17):

$$\mathbf{U}_{Hadamard} = Hadamard\{\mathbf{U}(i, j)\},$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{Hadamard} &= Hadamard \{ \mathbf{S}(i, j) \}, \quad \mathbf{S}(i, j) = \{ \mathbf{S}_k(l_k(i, j)), k = \overline{1, b_{\max}} \} \\ \hat{\mathbf{U}}(i, j) &= Hadamard^{-1} \left\{ (\mathbf{U}_{Hadamard})_* \frac{(\tilde{\mathbf{S}})_*}{(\tilde{\mathbf{S}} + \sigma^2)_*} \right\}, \end{aligned} \quad (17)$$

donde $\tilde{\mathbf{S}} = \mathbf{T}_{DCT} \tilde{\mathbf{s}} (\mathbf{T}_{DCT})^T$ es la transformada DCT del bloque de la imagen pre-filtrada $\tilde{\mathbf{s}}$.

En el caso de ruido de pequeña varianza, $\sigma^2 < 100$, se propone el tratamiento siguiente: si la varianza de los datos del bloque es pequeña, i.e, menor que $2\sigma^2$, se toma como el resultado la estimación previa, $\hat{\mathbf{s}} = \tilde{\mathbf{s}}$; en cualquier otro caso, se realiza la minimización de la representación dispersa. Para ello, primero se calcula la matriz de covarianza del bloque (i, j) -ésimo (Ec. 18):

$$\mathbf{C}(i, j) = \frac{(\mathbf{s}(i, j) - \tilde{\mathbf{s}}(i, j)) \cdot (\mathbf{s}(i, j) - \tilde{\mathbf{s}}(i, j))^T}{m \times m - 1}. \quad (18)$$

En este cálculo, proponemos usar los datos prefiltrados en calidad de la estimación de valores promedio de los píxeles para obtener mejores resultados en el filtrado.

Después, los eigenvectores \mathbf{Q} de $\mathbf{C}(i, j)$ se determinan y se calcula la KLT de los primeros dos bloques de la lista en $\mathbf{I}(i, j)$, se calcula: $\mathbf{S} = \mathbf{Q}(\mathbf{s}(i, j) - \tilde{\mathbf{s}}(i, j))$ y se realiza la umbralización dura (Ec. 19):

$$(\hat{\mathbf{S}})_* = \begin{cases} (\mathbf{S})_* & \text{if } (\mathbf{S})_* < 2.7\sigma \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}, \quad (19)$$

Con ello se obtiene la estimación de los datos del bloque (Ec. 20):

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{Q}^T \hat{\mathbf{S}} + \tilde{\mathbf{s}}. \quad (20)$$

Finalmente, el agregado de los dos bloques procesados es similar a (16), la que se calcula usando los pesos $w_k(i, j) = \exp \{ -d_k(i, j)/40 \}$.

4. Resultados

Se realizaron las simulaciones numéricas con imágenes de prueba estándares de regiones planas “Lena”, “F-16”, “Pimientos” e imágenes texturales “Aérea”, “Babuino”, “Puente”. Para efectos de comparación, se consideraron los tres mejores filtros del estado de arte: K-SVD, BM3D (con la misma área de búsqueda definido por el parámetro $shift = 21$) y NCSR.

Los resultados del filtrado en términos de valores obtenidos de PSNR y SSIM se presentan en la tabla 1 y la tabla 2, respectivamente. La calidad visual de las imágenes procesadas por los filtros considerados es muy similar, aunque NCSR presenta algunos efectos de suavización excesiva y BM3D en algún momento introduce artefactos visibles.

De los datos presentados en las tablas 1 y 2 se desprende que la técnica propuesta de filtrado compite en sus características con las de los mejores filtros actuales en el sentido de PSNR, y casi en todos los casos es superior en términos del índice de similitud estructural.

Tabla 1. Resultados del filtrado de imágenes estándares de prueba con diferentes técnicas en términos de PSNR. Los mejores resultados están marcados con negrita.

Imagen	σ^{-2}	Ruidosa	K-SVD	BM3D	NCSR	Propuesta
Lena	25	38.554	38.686	38.674	38.674	38.801
	100	35.428	35.906	35.866	35.866	35.888
	225	33.544	34.263	34.175	34.175	34.169
	400	32.21	33.056	32.867	32.867	32.895
F-16	25	39.067	39.258	39.232	39.232	39.286
	100	35.479	35.854	35.849	35.849	35.837
	225	33.40	33.886	33.887	33.887	33.855
	400	22.191	31.928	32.508	32.443	32.468
Pimientos	25	34.146	37.657	37.609	37.866	37.774
	100	28.167	34.766	35.024	35.081	35.009
	225	24.681	33.239	33.732	33.69	33.621
	400	22.22	32.073	32.723	32.613	32.564
Aérea	25	34.145	36.673	37.08	37.04	36.98
	100	28.142	32.289	32.792	32.789	32.637
	225	24.644	29.879	30.438	30.481	30.329
	400	22.199	28.187	28.835	28.812	28.765
Babuino	25	34.141	35.177	35.247	35.264	35.277
	100	28.135	30.451	30.61	30.598	30.696
	225	24.618	27.960	28.217	28.232	28.318
	400	22.129	26.307	26.642	26.64	26.772
Puente	25	34.159	35.578	35.765	35.695	35.698
	100	28.169	30.94	31.207	31.143	31.157
	225	24.682	28.544	28.822	28.824	28.842
	400	22.23	26.98	27.284	27.259	27.377

5. Conclusiones

Se ha presentado una técnica novedosa de filtrado para procesar imágenes contaminadas por el ruido aditivo blanco Gaussiano. El algoritmo propuesto utiliza la transformada discreta del coseno y grupos de parches similares al bloque actual de la imagen, los cuales se hallan utilizando el algoritmo de búsqueda propuesto de complejidad reducida. Los componentes ruidosos son rechazados según la teoría de filtrado de Wiener mediante el umbralado de la transformada de Hadamard y el agregado ponderado. Para obtener la imagen final se utiliza una etapa adicional de análisis de las componentes principales o filtro de Wiener experimental. Los resultados obtenidos de filtrado en comparación con los resultados de los filtros del estado del arte, tales como los conocidos como K-SVD y BM3D, muestran que el algoritmo propuesto es

competitivo en términos de la relación (pico de señal/ ruido) y en casi todos los casos, es superior en términos de la similitud estructural. A su vez, la calidad visual de los filtros considerados es muy similar al nuestro, aunque el filtro propuesto no suaviza excesivamente los detalles de la imagen ni introduce artefactos visibles.

Tabla 2. Resultados del filtrado de las imágenes estándares de prueba con diferentes técnicas en términos de SSIM. Los mejores resultados están marcados con negrita.

Imagen	σ^{2l}	Ruidosa	KSVD	BM3D	NCSR	Propuesta
Lena	25	0.650071	0.729343	0.706594	0.702052	0.729986
	100	0.434195	0.612688	0.620161	0.616173	0.635876
	225	0.321075	0.54803	0.570386	0.564288	0.582004
	400	0.250943	0.503566	0.532345	0.516749	0.538954
F-16	25	0.573694	0.677342	0.67417	0.664878	0.687661
	100	0.407647	0.571205	0.583485	0.574901	0.595023
	225	0.322104	0.516994	0.531316	0.520495	0.540428
	400	0.266426	0.477619	0.493573	0.470992	0.500174
Pimientos	25	0.698161	0.742456	0.704669	0.736183	0.735144
	100	0.460156	0.588543	0.579873	0.588272	0.60069
	225	0.334244	0.526644	0.534485	0.527292	0.548582
	400	0.259053	0.490874	0.503144	0.487441	0.514074
Aérea	25	0.84257	0.899446	0.907226	0.900802	0.906303
	100	0.697669	0.81245	0.832167	0.826998	0.832912
	225	0.587101	0.740628	0.771846	0.768144	0.772791
	400	0.500772	0.671283	0.71822	0.707465	0.720075
Babuino	25	0.91839	0.929301	0.926673	0.924035	0.927581
	100	0.790511	0.824671	0.828144	0.81302	0.841045
	225	0.678611	0.733180	0.751595	0.734304	0.76799
	400	0.585645	0.654664	0.685388	0.65984	0.706898
Puente	25	0.913643	0.938448	0.941021	0.937837	0.939819
	100	0.780924	0.849257	0.859999	0.854613	0.863266
	225	0.658758	0.755813	0.777584	0.774548	0.787016
	400	0.556196	0.666819	0.701251	0.691471	0.718897

Agradecimientos. Este trabajo fue parcialmente apoyado por el Instituto Politécnico Nacional como parte del proyecto de investigación SIP #20161173.

Referencias

1. Pratt, W.K.: Digital Image Processing. 4th Edition, NY, USA, Wiley-Interscience (2007)
2. Buades, A., Coll, B., Morel, J., M.: A review of image denoising algorithms, with a new one. J. SIAM, vol. 2, no. 4 (2005)
3. Daboy, K., Foi, A., Katkovnik, V., Egiazarian, K.: Image denoising by sparse 3D transform-domain collaborative filtering. IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 16, No. 8, pp. 2080–2095 (2007)

4. Foi, A., Katkovnik, V., Egiazarian, K.: Pointwise Shape-Adaptive DCT for High-Quality Denoising and Deblocking of Grayscale and Color Images. *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 16, no. 5, pp. 1395–1411 (2007)
5. Chatterjee, P., Milanfar, P.: Is Denoising Dead. *IEEE Trans. on Image Processing*, Vol. 19, No. 4, pp. 895–911 (2010)
6. Aharon, M., Elad, M., Bruckstein, A., M.: K-SVD: An algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation. *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 54, no. 11, pp. 4311–4322 (2006)
7. Weisheng Dong, Lei Zhang, Guangming Shi, Xin Li: Nonlocally Centralized Sparse Representation for Image Restoration. *IEEE Trans. on Image Processing*, vol. 22, no. 4, pp. 1620–1630 (2013)
8. Ning He, Jin-Bao Wang, Lu-Lu Zhang, Guang-Mei Xu, Ke Lu: Non-local sparse regularization model with application to image denoising. *Multimedia Tools and Applications*, Vol. 75, Issue 5, pp. 2579–2594 (2016)
9. Oleksiy Pogrebnyak, Vladimir V. Lukin: Wiener discrete cosine transform-based image filtering. *Journal of Electronic Imaging*, Volume 21, Issue 4, USA (2012)
10. Fevralev, D., Lukin, V., Ponomarenko, N., S., Abramov, K., Egiazarian, J. Astola: Efficiency analysis of color image filtering. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, Vol. 41 (2011)
11. Marc Lebrun: An Analysis and Implementation of the BM3D Image Denoising Method. *Image Processing On Line*, pp. 175–213, <http://dx.doi.org/10.5201/ipol.2012.1-bm3d> (2012)
12. Vladimir Lukin, Sergey Abramov, Sergey Krivenko, Andriy Kurekin, Oleksiy Pogrebnyak: Analysis of classification accuracy for pre-filtered multichannel remote sensing data. *Expert Systems With Applications*, Vol. 40, Issue 16, pp. 6400–6411 (2013)
13. Egiazarian K., Astola J., Ponomarenko N., Lukin V., Battisti F., Carli M.: New full-reference quality metrics based on HVS. *CD-ROM Proceedings of the Second International Workshop on Video Processing and Quality Metrics*, Scottsdale, USA (2006)
14. Lin Zhang, Lei Zhang; Xuanqin Mou; David Zhang: FSIM: A Feature SIMilarity index for image quality assessment. *IEEE Transactions on Image Processing*, pp. 2378–2386 (2011)
15. Wang, Zhou; Bovik, A.C., Sheikh, H.R., Simoncelli, E.P.: Image quality assessment: from error visibility to structural similarity. *IEEE Transactions on Image Processing*, pp. 600–612 (2004)
16. Wang, Z., Simoncelli, E.P., Bovik, A.C.: Multiscale structural similarity for image quality assessment. In: *Conference Record of the Thirty-Seventh Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, Vol.2 , pp. 1398–1402 (2003)